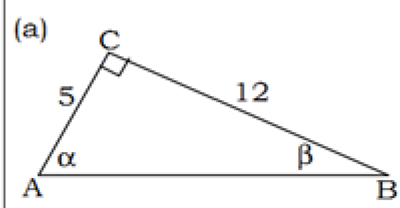
Fundación Educacional Mater Dei
Siervas de María Dolorosa
Coyhaique.

SOLUCIONARIO: GUÍA TRIGONOMETRÍA

Asignatura:	PE: Funciones y Procesos Infinitos
Curso(s):	4°MA y B
Profesor(a):	Pablo Velásquez Gamín
Fecha:	miércoles 25 de marzo de 2020.

Este solucionario sirve para comparar tus respuestas, según lo contestado en la <u>Guía</u> y poder comprobar lo que sabes y lo que debes reforzar. Te sugiero utilizarlo, después que hayas respondido todas las preguntas.

Ejercicio 1



Recordamos Trio Pitagorico
5-12-13
Por lo tanto
Hipotenusa es 13

$\text{sen}\alpha = \frac{12}{13}$ $\quad$ $\text{sen}\beta = \frac{5}{13}$

$\cos\alpha = \frac{5}{13}$ $\quad$ $\cos\beta = \frac{12}{13}$

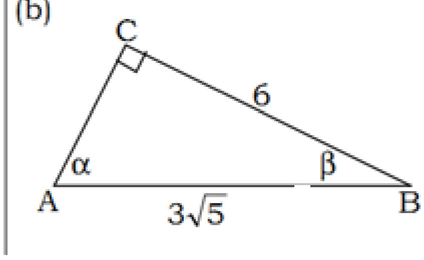
$\text{Tg}\alpha = \frac{12}{5}$ $\quad$ $\text{Tg}\beta = \frac{5}{12}$

$\text{Cotg}\alpha = \frac{5}{12}$ $\quad$ $\text{Cotg}\beta = \frac{12}{5}$

$\text{Sec}\,\alpha = \frac{13}{5}$ $\quad$ $\text{Sec}\,\beta = \frac{13}{12}$

$\text{Co}\sec\alpha = \frac{13}{12}$ $\quad$ $\text{Co}\sec\beta = \frac{13}{5}$

Ejercicio 1



Pitagoras

$x^2 + 6^2 = \left(3\sqrt{5}\right)^2$

$x^2 + 36 = 45$

$x^2 = 45 - 36$

$x^2 = 9$

$x = \sqrt{9}$

$x = 3$

$\text{sen}\alpha = \frac{6}{3\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \bullet \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ $\quad$ $\text{sen}\beta = \frac{3}{3\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \bullet \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$

$\cos\alpha = \frac{3}{3\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \bullet \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$ $\quad$ $\cos\beta = \frac{6}{3\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \bullet \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

$\text{Tg}\alpha = \frac{6}{3} = 2$ $\quad$ $\text{Tg}\beta = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

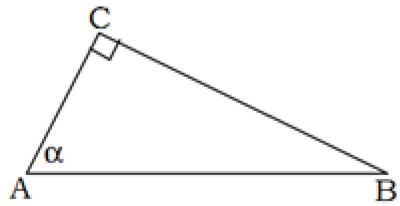
$\text{Cotg}\alpha = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ $\quad$ $\text{Cotg}\beta = \frac{6}{3} = 2$

$\text{Sec}\,\alpha = \frac{3\sqrt{5}}{3} = \sqrt{5}$ $\quad$ $\text{Sec}\,\beta = \frac{3\sqrt{5}}{6} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

$\text{Co}\sec\alpha = \frac{3\sqrt{5}}{6} = \frac{\sqrt{5}}{2}$ $\quad$ $\text{Co}\sec\beta = \frac{3\sqrt{5}}{3} = \sqrt{5}$

Ejercicio 2 (a) Si Sen a = 0,6

a)



Asociando los valores como medidas de los lados de un △ rectángulo:

Sen a = 0,6 =

$\text{sen}\alpha = 0,6 = \frac{6}{10}$ Simplificando $\text{sen}\alpha = \frac{3}{5}$

Lo cual indica por definición del seno de un ángulo que el 3 corresponde al cateto opuesto, el 5 a hipotenusa, por trio pitagórico 3 – 4- 5, el cateto adyacente seria 4

Con esta información

$$\cos\alpha = \frac{4}{5} = 0,8$$

$$\text{Tg}\alpha = \frac{3}{4} = 0,75$$

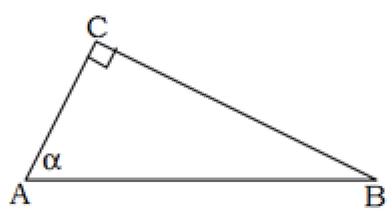
$$\text{Cotg}\alpha = \frac{4}{3} = 1,\overline{3}$$

$$\text{Sec}\,\alpha = \frac{5}{4} = 1,25$$

$$\text{Co}\sec\alpha = \frac{5}{3} = 1,\overline{6}$$

Ejercicio 2

b) Si tg α = $\frac{2\sqrt{3}}{3}$



Asociando los valores como medidas de los lados de un △ rectángulo:

Por definición de tangente

El cateto opuesto es $2\sqrt{3}$

El cateto adyacente es 3

Y por Pitágoras sacamos el valor de la hipotenusa

$$\left(2\sqrt{3}\right)^2 + 3^2 = x^2$$
$$12 + 9 = x^2$$
$$21 = x^2$$
$$\sqrt{21} = x$$

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{21}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{21}} \bullet \frac{\sqrt{21}}{\sqrt{21}} = \frac{2\sqrt{63}}{21} = \frac{2\sqrt{9 \bullet 7}}{21} = \frac{2 \bullet 3\sqrt{7}}{21} = \frac{2\sqrt{7}}{7}$$

$$\cos\alpha = \frac{3}{\sqrt{21}} = \frac{3}{\sqrt{21}} \bullet \frac{\sqrt{21}}{\sqrt{21}} = \frac{3\sqrt{21}}{21} = \frac{\sqrt{21}}{7}$$

$$\operatorname{Cotg}\alpha = \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{3}{2\sqrt{3}} \bullet \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{2 \bullet 3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\operatorname{Sec}\alpha = \frac{\sqrt{21}}{3}$$

$$\operatorname{Co sec}\alpha = \frac{\sqrt{21}}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{7}}{2}$$

II Parte: Complete según los datos en su cuaderno.

1. Hallar las razones trigonométricas del ángulo agudo menor de un triángulo rectángulo si la hipotenusa mide 5 m. y uno de los catetos mide 3 m.

Por trio pitagórico 3 – 4 - 5

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{3}{5}$$

$$\cos\alpha = \frac{4}{5}$$

$$\operatorname{Tg}\alpha = \frac{3}{4}$$

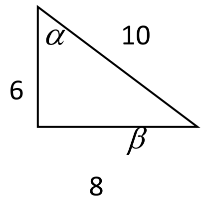
$$\operatorname{Cotg}\alpha = \frac{4}{3}$$

$$\operatorname{Sec}\alpha = \frac{5}{4}$$

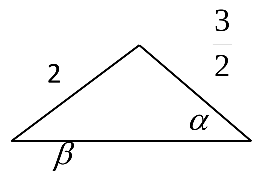
$$\operatorname{Co sec}\alpha = \frac{5}{3}$$

2. En los siguientes triángulos rectángulos, calcula las seis razones trigonométricas para sus ángulos agudos.

a)



b)



$$\text{sen}\alpha = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

$$\cos\alpha = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$\text{Tg}\alpha = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

$$\text{Cotg}\alpha = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

$$\text{Sec}\,\alpha = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

$$\text{Co sec}\,\alpha = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$$

$$\text{sen}\alpha = \frac{2}{\frac{5}{2}} = \frac{4}{5} \qquad \frac{5}{2}$$

$$\cos\alpha = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{5}{2}} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$\text{Tg}\alpha = \frac{2}{\frac{3}{2}} = \frac{4}{3}$$

$$\text{Cotg}\alpha = \frac{\frac{3}{2}}{2} = \frac{3}{4}$$

$$\text{Sec}\,\alpha = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{3}{2}} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

$$\text{Co sec}\,\alpha = \frac{\frac{5}{2}}{2} = \frac{5}{4}$$

3. **Si sen** $\alpha = \frac{5}{7}$ y α es un ángulo agudo, determina todas las funciones trigonométricas.

Por definición del seno del ángulo entonces 5 representa el cateto opuesto y 7 el valor de la hipotenusa

Aplicando teorema de Pitágoras

Pitagoras

$$x^2 + 5^2 = 7^2$$
$$x^2 + 25 = 49$$
$$x^2 = 49 - 25$$
$$x^2 = 24$$
$$x = \sqrt{24}$$
$$x = \sqrt{4 \bullet 6}$$
$$x = 2\sqrt{6}$$

$$\cos\alpha = \frac{2\sqrt{6}}{7} = \frac{3}{\sqrt{21}} \bullet \frac{\sqrt{21}}{\sqrt{21}} = \frac{3\sqrt{21}}{21} = \frac{\sqrt{21}}{7}$$

$$\text{tg}\alpha = \frac{5}{2\sqrt{6}} = \frac{5}{2\sqrt{6}} \bullet \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \frac{5\sqrt{6}}{2 \bullet 6} = \frac{5\sqrt{6}}{12}$$

$$\text{cot g}\alpha = \frac{2\sqrt{6}}{5}$$

$$\sec\alpha = \frac{7}{2\sqrt{6}} = \frac{7}{2\sqrt{6}} \bullet \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \frac{7\sqrt{6}}{2 \bullet 6} = \frac{7\sqrt{6}}{12}$$

$$\text{Co sec}\,\alpha = \frac{7}{5}$$

4. Sabiendo que sen α = $\frac{3}{5}$, entonces el valor de cos α + tg α - sen α

Recordando los resultados del ejercicio 1

$$\begin{aligned} \text{sen}\alpha &= \frac{3}{5} \\ \cos\alpha &= \frac{4}{5} \\ \text{Tg}\alpha &= \frac{3}{4} \\ \text{Cotg}\alpha &= \frac{4}{3} \\ \text{Sec}\alpha &= \frac{5}{4} \\ \text{Co}\sec\alpha &= \frac{5}{3} \end{aligned}$$

Luego obtenemos que

$$\cos\alpha + \text{tg}\alpha - \text{sen}\alpha =$$
$$\frac{4}{5} + \frac{3}{4} - \frac{3}{5} =$$
$$\frac{4 \bullet 4 + 3 \bullet 5 - 3 \bullet 4}{20}$$
$$\frac{16 + 15 - 12}{20}$$
$$\frac{19}{20}$$

5. Sabiendo que $sen\alpha = \frac{2}{3}$, halla el resto de las razones trigonométricas.

Por definición del seno de un ángulo el 2 corresponde al cateto opuesto, el 3 es el valor de hipotenusa y utilizando Pitágoras sacaremos el valor del cateto adyacente

Pitagoras

$$x^2 + 2^2 = 3^2$$
$$x^2 + 4 = 9$$
$$x^2 = 9 - 4$$

luego las razones son

$$x^2 = 5$$
$$x = \sqrt{5}$$

$$\cos\alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$$
$$\text{tg}\alpha = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \bullet \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$
$$\cot g\alpha = \frac{\sqrt{5}}{2}$$
$$\sec\alpha = \frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3}{\sqrt{5}} \bullet \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$$
$$\text{Co}\sec\alpha = \frac{3}{2}$$

6. Sabiendo que $\cos\alpha = \frac{3}{4}$, halla el resto de las razones trigonométricas.

Por definición del coseno de un ángulo el 3 corresponde al cateto adyacente, el 4 es el valor de hipotenusa y utilizando Pitágoras sacaremos el valor del cateto opuesto

Pitagoras

$x^2 + 3^2 = 4^2$

$x^2 + 9 = 16$

$x^2 = 16 - 9$ luego las razones son

$x^2 = 7$

$x = \sqrt{7}$

$\text{sen}\alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$

$\text{tg}\alpha = \frac{\sqrt{7}}{3}$

$\cot g\alpha = \frac{3}{\sqrt{7}} = \frac{3}{\sqrt{7}} \bullet \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{3\sqrt{7}}{7}$

$\sec\alpha = \frac{4}{3}$

$\text{Co}\sec\alpha = \frac{4}{\sqrt{7}} = \frac{4}{\sqrt{7}} \bullet \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{4\sqrt{7}}{7}$

7. Sabiendo que $tg\alpha = \frac{5}{4}$, halla el resto de las razones trigonométricas.

Por definición de la tangente de un ángulo el 5 corresponde al cateto opuesto, el 4 es el valor del cateto adyacente y utilizando Pitágoras sacaremos el valor de la hipotenusa

Pitagoras

$5^2 + 4^2 = x^2$

$25 + 16 = x^2$ luego las razones son

$x^2 = 41$

$x = \sqrt{41}$

$\text{sen}\alpha = \frac{5}{\sqrt{41}} = \frac{5}{\sqrt{41}} \bullet \frac{\sqrt{41}}{\sqrt{41}} = \frac{5\sqrt{41}}{41}$

$\cos\alpha = \frac{4}{\sqrt{41}} = \frac{4}{\sqrt{41}} \bullet \frac{\sqrt{41}}{\sqrt{41}} = \frac{4\sqrt{41}}{41}$

$\cot g\alpha = \frac{4}{5}$

$\sec\alpha = \frac{\sqrt{41}}{4}$

$\text{Co}\sec\alpha = \frac{\sqrt{41}}{5}$

8. Sabiendo que la cosecante es $\frac{6}{4}$ determine el resto de las funciones trigonométricas.

Simplificando obtenemos $\operatorname{cosec}\alpha = \frac{3}{2}$ y por definición el valor de la hipotenusa es 3 y del lado opuesto es 2, aplicamos Pitágoras para calcular el valor del lado adyacente

Pitagoras

$$x^2 + 2^2 = 3^2$$
$$x^2 + 4 = 9$$
$$x^2 = 9 - 4$$
$$x^2 = 5$$
$$x = \sqrt{5}$$

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{2}{3}$$
$$\cos\alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$$
$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \bullet \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$
$$\operatorname{cotg}\alpha = \frac{\sqrt{5}}{2}$$
$$\sec\alpha = \frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3}{\sqrt{5}} \bullet \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$$

9. Según la información el cateto adyacente es 5, el cateto opuesto es 12 por trio pitagórico y la hipotenusa seria 13.

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{12}{13}$$
$$\cos\alpha = \frac{5}{13}$$
$$\operatorname{Tg}\alpha = \frac{12}{5}$$
$$\operatorname{Cotg}\alpha = \frac{5}{12}$$
$$\operatorname{Sec}\alpha = \frac{13}{5}$$
$$\operatorname{Cosec}\alpha = \frac{13}{12}$$

10. Encuentra la altura del árbol de la figura adjunta sabiendo que $\operatorname{tg}\beta = \frac{1}{4}$

Por el dibujo h es el cateto opuesto a β y el 24 es el cateto adyacente, por lo tanto

Según la definición de tangente $\operatorname{tg}\beta = \frac{h}{24}$

Igualamos ambas cantidades

$\frac{h}{24} = \frac{1}{4}$ y luego despejamos

$$4h = 24$$
$$h = 24 : 4$$
$$h = 6$$

Finalmente, la altura y respuesta serpia 6m