



SOLUCIONARIO: Guía 3. Raíces

Asignatura:	MATEMATICA
Curso(s):	4° MA – 4°MB
Profesor(a):	FABIOLA PELLEGRINI – LESLIE CID
Fecha:	27 DE MARZO 2020

Este solucionario sirve para comparar tus respuestas, según lo contestado en la Guía y poder comprobar lo que sabes y lo que debes reforzar. Te sugiero utilizarlo, después que hayas respondido todas las preguntas.

Recordemos...

Nota: Todas las reglas se cumplen bidireccionalmente:

			Nombre o descripción de la Propiedad	
1)	$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$	=	$\sqrt[n]{a \cdot b}$	Producto de Raíces de igual Índice.
2)	$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b}$	=	$\sqrt[n]{\frac{a}{b}}$	Cociente de Raíces de igual Índice.
3)	$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}$	=	$\sqrt[n \cdot m]{a}$	Raíz de Raíz.
4)	$(\sqrt[n]{a})^m$	=	$\sqrt[n]{a^m}$	Potencia de una Raíz.
5)	$a \cdot \sqrt[n]{b}$	=	$\sqrt[n]{a^n \cdot b}$	Ingresar un factor al interior de raíz.
6)	$\sqrt[n]{a^m}$	=	$\sqrt[n \cdot p]{a^{m \cdot p}}$	Cambio de Índice.
7)	$\sqrt[n]{a^m}$	=	$a^{\frac{m}{n}}$	Conversión de Raíz a Potencia

Soluciones

1.B	2.A	3.E	4.B	5.C	6.A	7.A	8.E	9.D	10.E
11.B	12.A	13.A	14.B	15.A	16.A	17.D	18.C	19.C	20.B

Para hacer revisión de su guía paso a paso en los siguientes procedimientos, considere la numeración dada a cada propiedad en la tabla de arriba, mediante los cuales se explica el porqué de cada operación.



① $5\sqrt{12} - 2\sqrt{27}$
 $5\sqrt{4 \cdot 3} - 2\sqrt{9 \cdot 3}$
 $5 \cdot 2\sqrt{3} - 2 \cdot 3\sqrt{3}$
 $10\sqrt{3} - 6\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$

Descomposición de raíces

② $\sqrt{\frac{6+\frac{1}{4}}{1}} - \sqrt{\frac{5+\frac{1}{16}}{1}} + \sqrt{\frac{8-\frac{4}{25}}{1}}$
 $\sqrt{\frac{24+\frac{1}{4}}{4}} - \sqrt{\frac{80+\frac{1}{16}}{16}} + \sqrt{\frac{200-\frac{4}{25}}{25}}$
 $\sqrt{\frac{25}{4}} - \sqrt{\frac{81}{16}} + \sqrt{\frac{196}{25}}$
 $\frac{5}{2} - \frac{9}{4} + \frac{14}{5} = \frac{50 - 45 + 56}{20} = \frac{61}{20}$

Operatoria de fracciones

③ $\sqrt[3]{a^{2x+2}} \cdot \sqrt[3]{a^{x+1}}$
 $\sqrt[3]{a^{2x+2} \cdot a^{x+1}}$
 $\sqrt[3]{a^{2x+2+x+1}}$
 $\sqrt[3]{a^{3x+3}}$
 $a^{\frac{3x+3}{3}}$
 $a^{\frac{3(x+1)}{3}}$
 a^{x+1}

prop. 1 raíces

prop 3 de potencias.

prop 7 de raíces.

Factorización y simplificación



$$\begin{aligned} \textcircled{4} \quad \sqrt{\frac{2}{\sqrt[3]{2}}} &= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt[6]{2}} = \frac{2^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{1}{6}}} \Rightarrow \\ &\xrightarrow{\text{prop. 2}} \xrightarrow{\text{prop. 3}} \xrightarrow{\text{prop. 7}} \\ &\Rightarrow 2^{\frac{1}{2} - \frac{1}{6}} = 2^{\frac{3-1}{6}} = 2^{\frac{2}{6}} = 2^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{2^1} // \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{5} \quad \frac{2\sqrt{7} + \sqrt{14}}{\sqrt{7}} \cdot \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} &= \frac{\sqrt{7} (2\sqrt{7} + \sqrt{14})}{\sqrt{7}^2} \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{2\sqrt{49} + \sqrt{98}}{7} &= \frac{2 \cdot 7 + \sqrt{49 \cdot 2}}{7} = \frac{14 + 7\sqrt{2}}{7} \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{\cancel{7}(2 + \sqrt{2})}{\cancel{7}} &= 2 + \sqrt{2} // \end{aligned}$$

Racionalizar

factorizar

$$\begin{aligned} \textcircled{6} \quad \sqrt{12} - \sqrt{2} + \sqrt{8} - \sqrt{3} & \left. \begin{array}{l} \sqrt{4 \cdot 3} - \sqrt{2} + \sqrt{4 \cdot 2} - \sqrt{3} \\ \textcircled{2\sqrt{3}} - \sqrt{2} + 2\sqrt{2} - \textcircled{\sqrt{3}} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Descomposición de} \\ \text{raíces} \end{array} \\ \sqrt{3} + \sqrt{2} // & \left. \begin{array}{l} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Reducción de} \\ \text{términos semejantes.} \end{array} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{7} \quad (\sqrt{50} + \sqrt{512} - \sqrt{242}) : \sqrt{2} & \left. \begin{array}{l} (\sqrt{25 \cdot 2} + \sqrt{256 \cdot 2} - \sqrt{121 \cdot 2}) : \sqrt{2} \\ (5\sqrt{2} + 16\sqrt{2} - 11\sqrt{2}) : \sqrt{2} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Descomposición} \\ \text{de raíces.} \end{array} \\ 10\sqrt{2} : \sqrt{2} = 10 // & \left. \begin{array}{l} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Reducción} \\ \text{Simplificación} \end{array} \\ \text{O bien } \frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 10 // & \end{aligned}$$



⑧ $\sqrt[3]{27^x \cdot 27^{-3}}$ cambio base multiplicar

prop. 3 de potencias $\rightarrow \sqrt[3]{27^{x-3}} = \sqrt[3]{(3^3)^{x-3}} = \sqrt[3]{3^{3x-9}} \Rightarrow$

$\Rightarrow 3^{\frac{3x-9}{3}} = 3^{\frac{3(x-3)}{3}} = 3^{x-3}$

prop. 7 factorizar y simplificar.

⑨ $(5\sqrt{2} - \sqrt{3})(\sqrt{3} + 5\sqrt{2})$

Forma 1:

$(5\sqrt{2} - \sqrt{3})(5\sqrt{2} + \sqrt{3})$

$(5\sqrt{2})^2 - \sqrt{3}^2$

$5^2 \cdot \sqrt{2}^2 - 3$

$25 \cdot 2 - 3$

$50 - 3 = 47 //$

Ordenar el segundo factor

Por factorización "suma por difer."

Forma 2:

$(5\sqrt{2} - \sqrt{3})(\sqrt{3} + 5\sqrt{2})$

$5\sqrt{6} + 25\sqrt{4} - \sqrt{9} - 5\sqrt{6}$

$25 \cdot 2 - 3$

$50 - 3 = 47 //$

Multiplicar término a término.

Reducir términos semejantes

⑩ $\sqrt{2^{16}} = 2^{\frac{16}{2}} = 2^8 = 256 //$

prop. 7 simplificar



11) Recordar que los números irracionales no pueden ser representados en forma de fracción; además su representación decimal es infinita no periódica.-

I. $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{16} = 4$ // es racional ($\in \mathbb{Q}$).

II. $\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$ // es irracional, pues la multiplicación de un racional $\neq 0$ con un irracional es siempre irracional.

III. $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{24}} = \sqrt{\frac{6}{24}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$ // es racional ($\in \mathbb{Q}$).

12) Si $y = \left(\sqrt{\frac{5}{3}} + \sqrt{\frac{3}{5}}\right)^2$ ¿Cuál es el valor de $15y + 1$?

Reemplazando:

$$15 \cdot \left(\sqrt{\frac{5}{3}} + \sqrt{\frac{3}{5}}\right)^2 + 1$$

$$15 \cdot \left(\sqrt{\frac{5}{3}}^2 + 2\sqrt{\frac{5}{3} \cdot \frac{3}{5}} + \sqrt{\frac{3}{5}}^2\right) + 1$$

$$15 \cdot \left(\frac{5}{3} + 2\sqrt{1} + \frac{3}{5}\right) + 1$$

$$15 \cdot \left(\frac{5}{3} + \frac{2}{1} + \frac{3}{5}\right) + 1$$

$$15 \cdot \frac{25 + 30 + 9}{15} + 1$$

$$\frac{64 + 1}{15}$$

$$65$$

Resolver el Cuadrado de binomio.

Reducir

Operatoria con fracciones



⑬ $p = 3\sqrt{5} - 2$ y $q = \sqrt{5} + 3$ entonces $p \cdot q$

reemplazando:

$$\overbrace{(3\sqrt{5}-2)}^p \cdot \overbrace{(\sqrt{5}+3)}^q$$

multiplicar término a término

$$\begin{array}{r} 3\sqrt{25} + 9\sqrt{5} - 2\sqrt{5} - 6 \\ 3 \cdot 5 + 7\sqrt{5} - 6 \end{array}$$

Reducir

$$15 + 7\sqrt{5} - 6$$

$$\underline{\underline{9 + 7\sqrt{5}}}$$

⑭ $\sqrt[3]{a^{6n-6}} = a^{\frac{6n-6}{3}} = a^{\frac{6(n-1)}{3}} = a^{2(n-1)} \Rightarrow$

$\Rightarrow \underline{\underline{a^{2n-2}}}$ (prop. 7) (factorizar y simplificar)

⑮ $\sqrt{50} - \sqrt{18} - \sqrt{8}$

Descomponer raíces.

$$\sqrt{25 \cdot 2} - \sqrt{9 \cdot 2} - \sqrt{4 \cdot 2}$$

$$5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2}$$

$$0\sqrt{2}$$

$$\underline{\underline{0}}$$



$$(16) (\sqrt{2} - 1)^2 - (1 + \sqrt{2})^2$$

$$(\sqrt{2}^2 - 2\sqrt{2} + 1) - (1^2 + 2\sqrt{2} + \sqrt{2}^2)$$

$$(2 - 2\sqrt{2} + 1) - (1 + 2\sqrt{2} + 2)$$

$$(3 - 2\sqrt{2}) - (3 + 2\sqrt{2})$$

$$\cancel{3} - 2\sqrt{2} - \cancel{3} - 2\sqrt{2}$$

$$-4\sqrt{2} //$$

Resolver
Cuadrados de
Binomios.

Reducir.

(17)

$$\sqrt{x^3 \sqrt{x^4 \sqrt{x}}} = \sqrt[3]{x^3 \cdot x^4 \sqrt{x}}$$

$$\stackrel{\text{prop. 5}}{=} \sqrt[6]{x^7 \sqrt{x}}$$

$$= \sqrt[6]{\sqrt{(x^7)^2 \cdot x}}$$

$$= \sqrt[12]{x^{14} \cdot x}$$

$$= \sqrt[12]{x^{15}}$$

$$\stackrel{\text{prop 7 raíces}}{=} x^{\frac{15}{12}} = x^{\frac{5}{4}} = \sqrt[4]{x^5} //$$

prop. 3 de raíces
y
prop. 3 de potencias.

prop. 5 de raíces.

prop 3 de raíces

prop 3 de potencias.

prop 7 raíces.

$$(18) \frac{2}{2-\sqrt{2}} \cdot \frac{2+\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} = \frac{2(2+\sqrt{2})}{2^2 - \sqrt{2}^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2(2+\sqrt{2})}{4-2} = \frac{2(2+\sqrt{2})}{2} = 2+\sqrt{2} //$$



$$\textcircled{19} \quad \frac{2\sqrt{7} + \sqrt{14}}{\sqrt{7}} \cdot \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}(2\sqrt{7} + \sqrt{14})}{\sqrt{7}^2} \Rightarrow$$

racionalizar.

$$\Rightarrow \frac{2\sqrt{49} + \sqrt{98}}{7} = \frac{2 \cdot 7 + \sqrt{49 \cdot 2}}{7} = \frac{14 + 7\sqrt{2}}{7} \Rightarrow$$

descomponer

$$\Rightarrow \frac{\cancel{7}(2 + \sqrt{2})}{\cancel{7}} = 2 + \sqrt{2} //$$

factorizar.

$$\textcircled{20} \quad \sqrt{48} + \sqrt{12} + \sqrt{3}$$

$$\sqrt{16 \cdot 3} + \sqrt{4 \cdot 3} + \sqrt{3}$$

$$4\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + \sqrt{3}$$

$$7\sqrt{3} //$$

Descomponer raíces.

Reducir términos semejantes.