Fundación Educacional Mater Dei
Siervas de María Dolorosa
Coyhaique.

SOLUCIONARIO **Guía de Trabajo N°5**
Ejercitación

Asignatura:	MATEMATICA Plan Común
Curso(s):	4° MA – 4°MB
Profesor(a):	FABIOLA PELLEGRINI – LESLIE CID
Fecha:	8 DE ABRIL 2020

Este solucionario sirve para comparar tus respuestas, según lo contestado en la Guía y poder comprobar lo que sabes y lo que debes reforzar. Te sugiero utilizarlo, después que hayas respondido todas las preguntas.

Soluciones Selección Única.

1.A	2.B	3.D	4.B	5.A	6.D	7.C	8.C	9.C	10.A

A continuación se presenta el desarrollo y análisis de cada ejercicio de análisis.

En gran parte de los ejercicios este análisis debe realizarse por cada alternativa, por tanto encontrarás un análisis de porqué la alternativa dada es la correcta, y además por qué las otras no lo son.

(1) Se analizarán todas las alternativas considerando lo siguiente a partir de la figura:

a y b son mayores a cero y menores que 1.

por tanto se pueden escribir como fracción con numerador menor que denominador, por ejemplo:

$a = \frac{p}{q}$ con $0 < p < q$ y $b = \frac{m}{n}$ con $0 < m < n$

Para opción A.

$a \cdot b = \frac{p}{q} \cdot \frac{m}{n} = \frac{pm}{qn}$ donde $pm < qn$ pues $p < q$ y $m < n$

luego $a \cdot b$ siempre es menor a 1.//

Para opción B

$(d + a)$ es siempre mayor a 1, pues $d > 1$ que sumado a cualquier positivo el resultado será mayor a 1.

Para opción C

$a \cdot c$ no siempre es menor a 1. Por ejemplo si $a = \frac{1}{2}$ y $c = 4$ entonces

$a \cdot c = \frac{1}{2} \cdot 4 = 2$ //

Para opción D

$(d - c)$ no siempre es menor a 1. Por ejemplo si $d = 8$ y $c = 4$ entonces $d - c = 4$

Para opción E

$(c + b)$ siempre será mayor a 1 pues $c > 1$ que sumado a cualquier positivo el resultado será mayor a 1 //.

(2) Traducir a lenguaje matemático :

- La cuarta parte del viaje lo realiza en bus :

$\frac{800}{4} = 200$ km en bus ; y quedan 600 km por recorrer.

- Las tres quintas partes del resto lo hace en avión :

$\frac{3}{5} \cdot 600 = 360$ km. en avión ; y quedan 240 km por recorrer pues $600 - 360$

(3) Como :

$P = a^2 + b^2$; $Q = (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$R = \frac{a^3 + b^3}{a+b} = \frac{\cancel{(a+b)}(a^2 - ab + b^2)}{\cancel{a+b}}$ → factorización de suma de cubos.

$R = a^2 - ab + b^2$

$R = a^2 + b^2 - ab.$ ordenando...

Luego como a y b son reales positivos :

$P < Q$ pues $a^2 + b^2 < a^2 + b^2 \underbrace{+ 2ab}_{\text{agrega}}$

y además $\underbrace{R}$ $< P$ pues

$a^2 + b^2 \underbrace{- ab}_{\text{se quita.}} < a^2 + b^2$

(4) p un número entero positivo múltiplo de 6 :

$$p = 6k \quad \text{con } k \in \mathbb{Z}^+$$

q un número entero positivo múltiplo de 12 :

$$q = 12n \quad \text{con } n \in \mathbb{Z}^+$$

r un número divisor de 6 :

$$m = \frac{6}{r} \quad \text{ó} \quad r = \frac{6}{m} \quad \text{con } m \neq 0$$

s un número divisor de 12 :

$$t = \frac{12}{s} \quad \text{ó} \quad s = \frac{12}{t} \quad \text{con } t \neq 0.$$

Para opción A

$$\frac{p}{s} = \frac{6k}{\frac{12}{t}} = 6k \cdot \frac{t}{12} = \frac{\cancel{6}kt}{\cancel{12}} = \frac{kt}{2}$$

esta expresión es un número entero si k ó t es par.

Para opción B

$$\frac{r}{q} = \frac{\frac{6}{m}}{12n} = \frac{6}{m} \cdot \frac{1}{12n} = \frac{6}{12mn} = \frac{1}{2mn}$$

como m y n ≠ 0 $\frac{r}{q}$ siempre será un racional no entero.

Para opción C

$$\frac{q}{p} = \frac{\cancel{12}n}{\cancel{6}k} = \frac{2n}{k}$$

; si n es múltiplo de k la expresión es un número entero (ej: $n = 10$ y $k = 5$ entonces $\frac{2 \cdot 10}{5} = 4$).

Para opción D

$$\frac{s}{r} = \frac{\frac{12}{t}}{\frac{6}{m}} = \frac{12}{t} \cdot \frac{m}{6} = \frac{\cancel{12}m}{\cancel{6}t} = \frac{2m}{t}$$

; si m es múltiplo de t la expresión es un número entero.-

Para opción E

$$\frac{s}{q} = \frac{\frac{12}{t}}{12n} = \frac{12}{t} \cdot \frac{1}{12n} = \frac{12}{\cancel{12}nt} = \frac{1}{nt}$$

; si n y t valen 1 la expresión es un número entero.

5 Como $a > b$ entonces:

$$a > b \quad /\cdot \frac{1}{b}$$
$$a \cdot \frac{1}{b} > b \cdot \frac{1}{b}$$
es mayor a 1 ← $\frac{a}{b} > 1 \quad *$

$$a > b \quad /\cdot \frac{1}{a}$$
$$a \cdot \frac{1}{a} > b \cdot \frac{1}{a}$$
$$1 > \frac{b}{a} \quad **$$
es menor a 1

De $*$ y $**$ se tiene que

$$\boxed{\frac{b}{a} < \frac{a}{b}}$$

descartando así las opciones B, C y E.

Ahora como $a > b \quad /\cdot -1$

$-a < -b$ y como $\frac{b}{a} < \frac{a}{b}$

entonces: $\boxed{-\frac{a}{b} < -\frac{b}{a}}$.

Juntando se tiene que: $-\frac{a}{b} < -\frac{b}{a} < \frac{b}{a} < \frac{a}{b}$.

6 $\underbrace{5^{2n-3}} - \underbrace{5^{2n-1}} + \underbrace{25^{n-1}}$

$$5^{2n} \cdot 5^{-3} - 5^{2n} \cdot 5^{-1} + (5^2)^{n-1}$$
$$5^{2n} \cdot 5^{-3} - 5^{2n} \cdot 5^{-1} + 5^{2n} \cdot 5^{-2}$$
$$5^{2n} \cdot \frac{1}{5^3} - 5^{2n} \cdot \frac{1}{5} + 5^{2n} \cdot \frac{1}{5^2}$$
$$5^{2n}\left(\frac{1}{5^3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2}\right) = 5^{2n}\left(\frac{1}{125} - \frac{1}{5} + \frac{1}{25}\right) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 5^{2n}\left(\frac{1-25+5}{125}\right) = 5^{2n} \cdot \frac{-19}{125} = 5^{2n} \cdot \frac{-19}{5^3}$$
$$= 5^{2n-3} \cdot -19 \;//$$

(7) Considerar $2\sqrt{5} = \sqrt{2^2 \cdot 5} = \sqrt{20}$

Luego:

Para opción A

$$\sqrt{5} + \sqrt{5} = 2\sqrt{5} \checkmark$$

Para opción B

$$\sqrt{20} = \sqrt{4 \cdot 5} = 2\sqrt{5} \checkmark$$

Para opción C

$$\sqrt{5+5} = \sqrt{10} \times$$

Para opción D

$$\frac{\sqrt{500}}{5} = \frac{\sqrt{100 \cdot 5}}{5} = \frac{\cancel{10}\sqrt{5}}{\cancel{5}} = 2\sqrt{5}. \checkmark$$

Para opción E

$$\frac{10}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{10\sqrt{5}}{\cancel{\sqrt{5}^2}} = \frac{\cancel{10}\sqrt{5}}{\cancel{5}} = 2\sqrt{5} \checkmark.$$

(8) Considerar el complejo $p = a + bi$ y su conjugado $\bar{p} = a - bi$

Para opción A

$|\bar{p}| = |a - bi| = \sqrt{a^2 + b^2}$; por tanto es falsa.

Para opción B

$p \cdot (1 + 0i) = (a + bi)(1 + 0i) = a + bi$; por tanto es falsa.

Para opción C

$p^{-1} = (a + bi)^{-1} = \frac{1}{a + bi} \cdot \frac{a - bi}{a - bi} = \frac{a - bi}{a^2 + b^2}$; es verdadera.

Para opción D

$p - \bar{p} = a + bi - (a - bi) = \cancel{a} + bi - \cancel{a} + bi = 2bi$; es falsa.

Para opción E

$p \cdot \bar{p} = (a + bi) \cdot (a - bi) = a^2 + b^2$
y $p^2 = (a + bi)^2 = a^2 + 2abi - b^2$
} es falsa.

(9) Para opción A

$$\frac{\sqrt{5}-1}{2} = \sqrt{3}-\sqrt{2} \quad / \cdot 2$$

$$\sqrt{5}-1 = 2(\sqrt{3}-\sqrt{2}) \quad / \cdot (\sqrt{3}+\sqrt{2})$$

$$(\sqrt{5}-1)(\sqrt{3}+\sqrt{2}) = 2(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})$$

$$(\sqrt{5}-1)(\sqrt{3}+\sqrt{2}) = 2(\sqrt{3}^2-\sqrt{2}^2)$$

$$(\sqrt{5}-1)(\sqrt{3}+\sqrt{2}) = 2(3-2)$$

$$(\sqrt{5}-1)(\sqrt{3}+\sqrt{2}) = 2 \Longrightarrow \begin{cases} \sqrt{5}-1 > 1 \text{ pues } \sqrt{5} > \sqrt{4} \\ \sqrt{3}+\sqrt{2} > 2 \text{ pues } \sqrt{3} > 1 \text{ y } \sqrt{2} > 1 \end{cases}$$

Entonces $(\sqrt{5}-1)(\sqrt{3}+\sqrt{2}) > 2$ $\therefore$ es falsa.

Para opción B

$$\frac{\sqrt{5}+1}{2} < \frac{\sqrt{6}}{2} \quad / \cdot 2$$

$$\sqrt{5}+1 < \sqrt{6} \quad / \ (\ )^2$$

$$(\sqrt{5}+1)^2 < \sqrt{6}^2$$

$$5+2\sqrt{5}+1 < 6$$

$$6+\underbrace{2\sqrt{5}}_{\text{se agrega}} < 6 \qquad \therefore \text{ es falsa.}$$

Para opción C

$$\frac{\sqrt{5}-1}{2} > \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2} \quad / \cdot 2$$

$$\sqrt{5}-1 > \sqrt{3}-\sqrt{2} \quad / +1$$

$$\sqrt{5} > \sqrt{3}-\sqrt{2}+1 \quad / +\sqrt{2}$$

$$\sqrt{5}+\sqrt{2} > \sqrt{3}+1$$

como $\sqrt{5} > \sqrt{3}$ y $\sqrt{2} > 1$ entonces la expresión es verdadera.

Para opción D

$$\frac{\sqrt{5}+1}{2} > \sqrt{3}+\sqrt{2} \quad / \cdot 2$$

$$\sqrt{5}+1 > 2\cdot(\sqrt{3}+\sqrt{2})$$

$$\sqrt{5}+1 > 2\sqrt{3}+2\sqrt{2}$$

$$\sqrt{5}+1 > \sqrt{12}+\sqrt{8}$$

como $\sqrt{5} < \sqrt{12}$ y $1 < \sqrt{8}$ se tiene que la expresión es falsa.-

Para opción E

$$\frac{\sqrt{5}-1}{2} > \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \quad / \cdot 2\sqrt{2}$$

$$\sqrt{2}(\sqrt{5}-1) > 2\sqrt{3} \quad / \cdot ()^2$$

$$\cancel{\sqrt{2}}^{\cancel{2}}(\sqrt{5}-1)^2 > (2\sqrt{3})^2$$

$$2(5-2\sqrt{5}+1) > 4\cdot 3$$

$$2(6-2\sqrt{5}) > 12$$

$$12-\underbrace{4\sqrt{5}}_{\text{se quita}} > 12 \qquad \therefore \text{ la expresión es falsa.}$$

10 Para opción A

$$(a+bi)+(c+di) = a+bi+c+di$$
$$a+c+bi+di$$
$$a+c+(b+d)i \quad \text{es verdadera}$$

Para opción B

$$(a+bi)(c+di) = ac+adi+bci+bdi^2$$
$$=(ac-bd)+(ad+bc)i \neq ac+bdi \quad \therefore \text{ es falsa.}$$

Para opción C

$$\frac{a+bi}{a+di}\cdot\frac{a-di}{a-di} = \frac{a^2+bd-(ad-ab)i}{a^2-d^2} \neq \frac{b}{d} \quad \therefore \text{ es falsa.}$$

Para opción D

$$\frac{a+bi}{a-bi} \cdot \frac{a+bi}{a+bi} = \frac{a^2-b^2+2abi}{a^2+b^2} \neq 1 \quad \therefore \text{ es falsa.}$$

Para opción E

$$\begin{aligned}(a+bi)^2 &= a^2+2abi+(bi)^2\\ &= a^2+2abi+b^2 i^2\\ &= a^2+2abi-b^2 \neq a^2+(bi)^2.\end{aligned}$$

$\therefore$ es falsa.

"El esfuerzo de hoy ¡es el éxito de mañana!"
Un abrazo de sus profes de mate ♡